

---

# Aportaciones de los métodos geo-cuantitativos a la estimación de precios de vivienda\*.

---

Gema Fernández-Avilés y Beatriz Larraz  
Universidad de Castilla-La Mancha

---

## *Resumen*

Cada trimestre se publica la Estadística de Precio de Vivienda de España con múltiples consecuencias para los agentes económicos implicados en el sector, entre los que cabe citar a los ciudadanos particulares. Los precios medios elaborados oficialmente, además de ser de dudosa utilidad para aquellas personas involucradas en la compra-venta de una vivienda concreta, adolecen de otros males, como la no consideración de la localización geográfica de cada una de las viviendas cuyos precios se promedian. En consecuencia, en este artículo se propone la utilización de técnicas procedentes de la geoestadística y de la geoeconometría como alternativa a la estadística oficial. Dichas técnicas, que consideran el espacio geográfico como elemento fundamental, pueden ser utilizadas tanto en la estimación del precio medio de la vivienda en España como en la estimación del precio de viviendas puntuales con características y localización geográfica concretas.

**Palabras clave:** precio de vivienda, espacio, krigeado, geoestadística, geoeconometría.

**Clasificación JEL:** C10, C21, C40, E00, R31

---

\* Los autores agradecen los comentarios y sugerencias realizados por dos evaluadores anónimos y un editor. El trabajo ha sido parcialmente financiado con el proyecto de investigación FEDER PAI-05-021 de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha.

**Abstract**

Housing Prices Statistic in Spain is quarterly published with several consequences for the economic agents involved in the sector, including particular citizens. Housing mean prices officially elaborated are of dubious usefulness for those interested in the sell and purchase of a particular house. They also suffer from other drawbacks: they do not take into account the geographical location of each of the houses they deal with. As a consequence, this paper suggests some techniques coming from geostatistics and geoeconometrics as an alternative to the official statistics. These methods, which have the space as their main element, can be used for estimating the mean housing price of Spain as well as for estimating the price of a particular house.

**Key words:** housing prices, space, kriging, geostatistics, geoeconometrics.

**JEL Classification:** C10, C21, C40, E00, R31

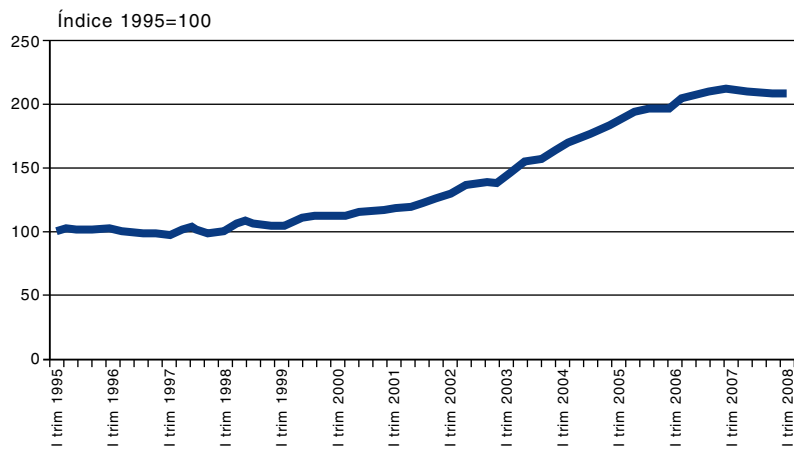
## 1.- Introducción.

Es obvio que el sector de la construcción, y dentro de él el subsector de la vivienda<sup>1</sup>, ha jugado un importante papel en el devenir económico de nuestro país en los últimos años. Como consecuencia de ello, el precio de la vivienda ha experimentado un severo incremento que, en la actualidad, constituye uno de los problemas fundamentales desde distintas perspectivas, de los ciudadanos en general y de las autoridades económicas en particular. Y es que el subsector vivienda reviste unas características especiales por las imbricaciones sociales que conlleva: por ser la vivienda un bien de primera necesidad que requiere para su adquisición un gran esfuerzo económico. En este sentido, la Constitución española, en su artículo 47, establece que *"todos los españoles tienen derecho a disfrutar de una vivienda digna y adecuada, y que los poderes públicos promoverán las condiciones necesarias y establecerán las normas pertinentes para hacer efectivo este derecho, regularizando la utilización del suelo de acuerdo con el interés general para impedir la especulación"*.

Ahora bien, independientemente del mandato constitucional relativo a que los poderes públicos promuevan las condiciones necesarias y establezca las normas pertinentes para hacer efectivo el derecho de los españoles a una vivienda digna, lo cierto es que el precio de la misma en nuestro país es en ocasiones inabordable para algunos de nuestros conciudadanos (entre los que cabe citar a los jóvenes). En efecto, tal y como muestra el Gráfico 1, desde el año 1995 hasta el primer trimestre de 2008 el precio medio de la vivienda en España se ha visto incrementado, oficialmente, en un 112,02%, siendo bastante superior la percepción que el ciudadano

1) Según la Orden Ministerial ECO/805/2003, de 27 de marzo, sobre normas de valoración de bienes inmuebles y de determinados derechos para finalidades financieras se define como **vivienda** a un recinto con una o varias piezas de habitación y anejos, que puede ocupar la totalidad de un edificio (casa unifamiliar) o una parte del mismo, estando en este último caso el conjunto estructuralmente separado e independiente del resto. La vivienda está concebida para ser habitada por personas, generalmente familias de uno o varios miembros, y dotada de acceso directo desde la vía pública o recintos privados.

### Gráfico 1 Serie trimestral deflactada de Índices de Precios de Vivienda de España.



Fuente: Elaboración propia a partir de datos del Ministerio de Fomento (desde 1995 a 2004), del Ministerio de Vivienda (del 2005 en adelante) y del Instituto Nacional de Estadística (INE).

español tiene de tales aumentos de precios. Además, esta información oficial tan general, de la cual dispone el ciudadano, puede considerarse como escasa y, probablemente, de poca utilidad.

Cada trimestre se pueden leer en cualquier diario las cifras facilitadas por el Ministerio de Vivienda (en la actualidad), de Fomento (antiguamente), o determinadas entidades privadas (Sociedades de Tasación, fundamentalmente) respecto al precio medio del metro cuadrado de la vivienda en una determinada capital de provincia así como las tasas de variación interanual de los mismos. Inmediatamente surgen ríos de tinta sobre tan importante descalabro, pero no se atiende a dos cuestiones que deberían ser cruciales (Montero, 2002):

(i).- A un potencial comprador, a un constructor, a un promotor o, en general, a un ciudadano interesado por las cuestiones del mercado de la vivienda ¿le sirve de algo conocer un precio tan genérico como el que hace referencia a toda una capital de provincia o a toda una región? ¿Es útil para las autoridades con responsabilidad fiscal en materia inmobiliaria? ¿Ayuda en el éxito potencial de la política de vivienda? La respuesta a todas estas cuestiones es negativa.

(ii).- En caso de considerar que una información tan genérica sea de utilidad, ¿se puede aceptar como realista? En otros términos, ¿la metodología utilizada para llevar a cabo tal estimación es estadísticamente correcta? Y su respuesta vuelve a ser negativa.

En resumen, precios tan genéricos como los que actualmente se ofrecen a los agentes económicos interesados en el mercado de la vivienda son de dudosa utilidad. Además, la metodología con la que se estiman no incorpora un aspecto tan relevante en la estadística y la econometría actuales como es el espacio geográfico, por lo que ésta, a nuestro juicio, no es la adecuada.

Tal y como se ha citado anteriormente, las cifras publicadas en los medios de comunicación provienen tanto de fuentes oficiales como privadas (estando estas últimas reguladas de forma estricta en el marco del mercado hipotecario, recayendo su homologación, registro y supervisión en el Banco de España). La fuente oficial -el mencionado Ministerio de Vivienda- estima el precio medio del metro cuadrado de la vivienda en los municipios y Comunidades Autónomas mediante un laborioso pero sencillo proceso. Dicho proceso parte del precio y de la superficie total de las viviendas individuales que han sido objeto de tasación, y a partir de esta información se genera un precio medio del metro cuadrado de la vivienda a escala municipal para posteriormente, promediando éstos determinar el precio en cada Comunidad Autónoma y en España como promedio de éstos últimos. Respecto al procedimiento seguido por las Sociedades Tasadoras que elaboran precios en nuestro país la cuestión no está tan clara. En la mayoría de los estudios elaborados la metodología no se publica, pero se intuye, y algunas veces se explicita, que el precio obtenido es simplemente la media aritmética de los precios de las viviendas con las que trabajan.

Ahora bien, ese precio medio de las viviendas con las que se trabaja, ¿es el mejor “representante” del precio medio de las viviendas de la ciudad o región en cuestión? La respuesta es negativa si los precios de las viviendas están espacialmente correlacionados, es decir, si viviendas iguales en localizaciones cercanas tienen precios similares (véase Gráfico 2). Entonces, ¿qué “representante” deberían utilizar tanto estas éstas entidades particulares como las estadísticas oficiales? La respuesta es sencilla:

## Gráfico 2 Dependencia espacial en los precios de los bienes urbanos.



Fuente: Elaboración propia.

la geoestadística propone el estimador de Krige<sup>2</sup> en caso de existencia de correlación espacial. Este es el caso de los precios de los bienes urbanos, en el que dicho estimador permite estimar tanto precios medios como precios en localizaciones concretas. No es tan obvio como una simple media aritmética, pero es infinitamente más realista.

Además, recuérdese: precios genéricos para una región o una capital de provincia son de dudosa utilidad. ¿De qué le vale a un ciudadano que desee comprar una vivienda en una determinada localidad española saber el precio medio de las mismas en dicha localidad? Lo que realmente le sería de utilidad es conocer el precio de una vivienda de las características de la que desea comprar y en la localización geográfica puntual que le interesa. Este procedimiento, aunque laborioso, es muy sencillo y podría publicarse trimestralmente para todas las zonas urbanas de nuestro país. En otros términos, se podría elaborar un sistema tal que el ciudadano pudiera acceder a un mapa digitalizado de su ciudad en el cual "pinchando" en la ubicación concreta donde se sitúa la vivienda que

2) El estimador de krige recibe el nombre en honor al Ingeniero de Minas sudafricano Daniel Gerhardus Krige, quien en 1951 planteó el problema de estimar la distribución espacial del contenido de oro en las minas de Sudáfrica. Sin embargo, casi 20 años más tarde, fueron Georges Matheron y su grupo de la Escuela de Minas de París quienes formalizaron, desarrollaron y dieron nombre al método.

le interesara e incluyendo las características esenciales de la misma pudiera conocer "on line" el precio de mercado de la misma.

¿Ciencia ficción? En absoluto, ello es posible con las que se podrían denominar "tecnologías estadísticas de nueva generación para el mercado inmobiliario". Nos estamos refiriendo a los nuevos desarrollos de las geotécnicas: la geoestadística y la geoeconometría (los denominados por Anselin, 1988, "*data driven approach*" y "*model driven approach*").

Por tanto, dado que el fenómeno de la vivienda en España requiere de información estadística fiable, precisa y transparente, la principal aportación de este trabajo es plantear soluciones alternativas a las actualmente existentes en el marco de la estimación de precios de vivienda, así como exponer los métodos que las sostienen. No se trata, pues, de una investigación empírica, puesto que tal meta sobrepasaría con mucho el objetivo que se persigue y no sería fácil plasmarla en unas pocas páginas. Se trata de animar a los investigadores del ámbito del mercado inmobiliario y a las autoridades económicas competentes a dar un paso al frente y utilizar el elenco de procedimientos que se exponen y que derivan del prefijo *geo*. No obstante, ya son numerosos los trabajos empíricos que se han llevado a cabo en el ámbito inmobiliario con técnicas geocuantitativas, pudiéndose destacar entre ellos: Montero y Larraz (2006, 2008), Chasco y López (2008), Chica *et al.* (2007) y Beamonte *et al.* (2008).

Y es que, como señalaba Tobler (1979), todas las cosas están relacionadas con todas, pero las cosas que están cercanas lo están más que aquellas que están lejanas. Esta aseveración, conocida como Primera Ley de la Geografía, pone una piedra en el camino de la estadística clásica al considerar la dependencia espacial (mayor o menor, con una estructura u otra) de las observaciones georreferenciadas e invita a desarrollar nuevos procedimientos que tengan en cuenta tal circunstancia. Y como los precios de los bienes urbanos son un claro caso de correlación espacial, su estimación no puede quedar ajena a la utilización de estos nuevos procedimientos.

Dicho lo anterior, este trabajo se estructura como sigue: tras esta introducción, en el segundo epígrafe se expone, someramente, la metodología actual utilizada por el Ministerio de la Vivienda para

la estimación de los precios medios que publica, así como se exponen algunas críticas a la misma. En el epígrafe tercero se aborda la estimación de precios de vivienda (medios y puntuales) mediante los procedimientos de krigado, instrumento que aporta la geoestadística para tal fin. En el cuarto, se plantean una serie de modelos econométricos de carácter espacial que constituyen una alternativa a la geoestadística. Finalmente, el epígrafe quinto recoge las principales conclusiones que se extraen de este trabajo.

## **2.- Estadísticas oficiales: la Estadística de Precios de Vivienda de España.**

Las estadísticas oficiales de precios de vivienda disponibles en España son las correspondientes al precio medio estimado por el Ministerio de Vivienda, y el índice derivado de la rúbrica de "Vivienda en alquiler", integrada en el Índice de Precios de Consumo del INE.

Desde el año 2005, la Estadística de Precios de Vivienda de España, de carácter trimestral, la elabora y publica el Ministerio de Vivienda. Esta serie fue iniciada en 1987 por el Ministerio de Obras Públicas y continuada por el Ministerio de Fomento hasta 2004. Su finalidad es estimar el precio por metro cuadrado de las viviendas que son objeto de compraventa en un determinado período de tiempo y cuyo valor de tasación, conforme a la reglamentación existente, viene fijado por una sociedad de valoración. Es decir, la Estadística de Precios de Vivienda tiene como principal objetivo estimar el precio de la vivienda en propiedad del mercado inmobiliario en España y sus Comunidades Autónomas, así como su evolución trimestral y anual, a través del cálculo de tasas trimestrales e interanuales.

Para la elaboración de dicha estadística, los datos se obtienen agregando las tasaciones realizadas por las empresas integradas en la Asociación Profesional de Sociedades de Valoración (ATASA). Ésta coordina la recogida, procedente de las empresas de valoración de inmuebles, y facilita los datos trimestralmente a la unidad promotora de Estadística de Precios de Vivienda con un diseño de



### Cuadro 1 Estratificación considerada en la Estadística de Precios de Vivienda.

Años de antigüedad	Códigos geográficos	Estratos de precios (€)	Tipo de vivienda
Menos de 2 años (nueva)	Ayuntamiento	[0 ; 150.000]	Libre
Más de 2 años (segunda mano)	Provincia	[150.001 ; 300.000]	Protegida
	Comunidad Autónoma	[300.001 ; 450.000]	
		[450.001 ; 600.000]	
		[600.001 ; 750.000]	
		[750.001 ; 900.000]	
[900.001 ; 1.050.000]			

Fuente: Elaboración propia a partir de la información facilitada por el Ministerio de Vivienda.

registro preestablecido, distinguiendo las viviendas en base a su antigüedad, localización geográfica, estrato de valoración y tipo de vivienda, tal y como puede verse en el Cuadro 1.

Para obtener dicha estadística se realiza una estratificación geográfica. El tratamiento dado a los datos se realiza de manera ascendente mediante el método *bottom-up*: los datos se tratan a nivel provincial, a partir de resultados provinciales se obtienen resultados autonómicos, y mediante la agregación de éstos resultados nacionales.

En primer lugar, en cada zona geográfica se efectúa una estratificación según los precios de mercado de las viviendas. Las observaciones que componen el universo para la estimación del precio medio de la vivienda se clasifican en el estrato correspondiente según su valor de tasación (ocho estratos entre 0-150.000 y 900.000-1.050.000 euros, véase Cuadro 1).

Posteriormente, en cada estrato el precio medio se obtiene dividiendo el valor total de las viviendas tasadas entre la suma de las correspondientes superficies. Ello equivale a obtener una media de los precios por m<sup>2</sup> de cada vivienda ponderados por la superficie de la vivienda mediante la siguiente expresión:

$$P_{jkz}^t = \frac{\sum_i \frac{X_{ikjz}^t}{Y_{ikjz}^t} Y_{ikjz}^t}{\sum_i Y_{ikjz}^t} = \frac{\sum_i X_{ikjz}^t / n_{ikjz}^t}{\sum_i Y_{ikjz}^t / n_{ikjz}^t} \quad (1)$$

donde  $P_{jkz}^t$  es el precio por metro cuadrado de las viviendas de tipo  $j$  en el estrato  $k$  de la zona geográfica  $z$  y en el período  $t$ . La unidad de medida viene expresada en euros/m<sup>2</sup>, y los cocientes  $\sum_t X_{ijkz}^t/n_{kiz}^t$  y  $\sum_t Y_{ijkz}^t/n_{kiz}^t$  son, respectivamente, el valor medio y la superficie media de las viviendas de tipo  $j$  en el estrato  $k$  de la zona geográfica  $z$  y en el período  $t$ .

La agregación geográfica se obtiene ponderando el resultado de cada área por el número de tasaciones efectuadas en la misma a partir de la siguiente expresión:

$$P_{jz}^t = \sum_k \alpha_{kiz}^t \cdot P_{kiz}^t \tag{2}$$

donde  $P_{jz}^t$  es el precio medio por metro cuadrado de la vivienda tipo  $j$  en la zona  $z$  en el período  $t$  y  $\alpha_{kiz}^t$  el número de viviendas de tipo  $j$  del estrato  $k$  de la zona geográfica  $z$  en el período  $t$  sobre el número total de viviendas de tipo  $j$  de la zona geográfica  $z$  en el período  $t$ .

$$\alpha_{kiz}^t = \frac{n_{kiz}^t}{\sum_k n_{kiz}^t} \tag{3}$$

Finalmente, el precio de vivienda libre por metro cuadrado se define como la media aritmética ponderada de los precios de cada tipo de vivienda por metro cuadrado, tal y como indica la expresión:

$$P_z^t = \sum_j q_{jz}^t \cdot P_{jz}^t \tag{4}$$

donde  $q_{jz}^t$  es el número de viviendas de tipo  $j$  en la zona geográfica  $z$  en el período  $t$  sobre el número total de viviendas en la zona geográfica  $z$  en el período  $t$ .

$$q_{jz}^t = \frac{n_{jz}^t}{\sum_j n_{jz}^t} \tag{5}$$

En el caso de las viviendas protegidas, el procedimiento que se sigue para la elaboración del precio medio es el mismo, exceptuando la restricción del precio máximo legal del que disponen dichas viviendas.

De este modo se obtienen precios medios para cada provincia que se agregan después a nivel autonómico y nacional. Pero, en caso de que precios tan genéricos como los que actualmente se ofrecen a los agentes económicos interesados en el mercado de la vivienda sean de utilidad ¿dónde está la

deficiencia de la estadística que elabora el Ministerio de Vivienda? Pues bien, tal y como ha podido comprobarse, la metodología expuesta no es objeto de corrección hedónica y, tal y como se avanzó en la introducción, tampoco tiene en cuenta la dependencia espacial presente en los precios de bienes urbanos. Es decir, la Estadística de Precios de Vivienda de España elaborada por el Ministerio de Vivienda obvia algunos aspectos de suma importancia a la hora de determinar el precio de la vivienda. Es por ello que en los dos siguientes epígrafes se exponen distintas alternativas a la estimación de precios de vivienda tanto desde la perspectiva de la geoestadística como de la econometría espacial.

### ***3.- Alternativas a la estimación de precios de vivienda desde la perspectiva de la geoestadística.***

Como se ha podido apreciar en el epígrafe precedente, en la estimación de precios medios que lleva a cabo el Ministerio de Vivienda están implícitos, que no explícitos, los procedimientos inferenciales clásicos. A saber, se supone que las observaciones disponibles son independientes, supuesto ciertamente muy alejado de la realidad en los mercados inmobiliarios.

Pues bien, como ha sido demostrado en numerosos trabajos de la literatura estadística al uso -Cressie (1993), Wackernagel (2003), Chiles y Delfiner (1999), Amstrong (1998), Montero y Larraz (2008), etc.- en presencia de dependencia espacial positiva (tal es el caso de los precios de los bienes urbanos) la media aritmética no es el mejor estimador lineal de la media poblacional. En el caso que nos ocupa, puede también fácilmente demostrarse que la media aritmética ponderada utilizada por el Ministerio de Vivienda en la elaboración de precios medios tampoco es el mejor estimador. Efectivamente, si las observaciones disponibles (los precios de vivienda que se utilizan para la configuración del precio medio de las mismas en una determinada zona geográfica) están correlacionadas espacialmente, entonces,  $P_{jkz}^t$  -dada por la

expresión (1)- continúa siendo un estimador insesgado de la media poblacional pero, sin embargo, su varianza ya no es

$$V(p_{jkz}^t)_{indep} = \frac{1}{(\sum_i Y_{ijkz}^t)^2} \sigma^2 \sum_{i=1}^n (Y_{ijkz}^t)^2 \tag{6}$$

sino:

$$V(p_{jkz}^t)_{dep} = \frac{1}{(\sum_i Y_{ijkz}^t)^2} \left[ \sigma^2 \sum_{i=1}^n (Y_{ijkz}^t)^2 + 2 \sum_{i < h} Y_{ijkz}^t Y_{hjkz}^t C(Z(s_i), Z(s_h)) \right] \tag{7}$$

siendo  $Z(s_i) = X_{ijkz}^t / Y_{ijkz}^t$  el precio por metro cuadrado de vivienda situada en la localización espacial  $s_i$ , de donde se deduce que la varianza de la media muestral ponderada, en el caso de que el fenómeno estudiado presente correlación espacial positiva, es superior a la obtenida cuando no se daba esta última circunstancia. Por tanto, si en presencia de correlación espacial positiva se tomase (6) como varianza del estimador media muestral ponderada, se estaría infravalorando su verdadera varianza.

En consecuencia, la existencia de dependencia espacial positiva en el fenómeno objeto de estudio eleva la varianza de la media muestral ponderada lo cual nos conduce a la búsqueda de un estimador lineal insesgado de mínima varianza en presencia de dependencia espacial positiva. Tal estimador es el estimador *krigeado de la media*.

El krigado de la media es un procedimiento que estima la media poblacional  $\mu$  -en nuestro caso el precio medio de la vivienda en una determinada área geográfica- mediante  $\mu^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$ , donde  $s_i, i=1, \dots, n$ , son las localizaciones en las que se dispone de información,  $Z(s_i)$  el precio medio por metro cuadrado de la vivienda situada en la localización  $s_i$  y  $\lambda_i, i=1, \dots, n$ , las ponderaciones que se obtienen al imponer al estimador las condiciones de insesgadez y mínima varianza del error de estimación.

Estas dos condiciones conducen al siguiente sistema de ecuaciones del krigado de la media (los detalles pueden verse en Montero y Larraz, 2008)

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j C(s_i - s_j) - \alpha = 0, \forall i = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{cases} \tag{8}$$

donde la función de covarianza o covariograma  $c(Z(s_i), Z(s_j)) = c(s_i, s_j)$  representa la estructura de la correlación espacial entre los precios de las viviendas en el área objeto de estudio y  $\alpha$  es el multiplicador de Lagrange. La mínima varianza del estimador coincide con el multiplicador de Lagrange  $v(\mu) = \alpha$ .

Como puede apreciarse, una vez determinada la estructura covariográfica que representa la dependencia espacial existente entre los precios de las viviendas del área en la cual se pretende estimar el precio medio de las mismas, resulta sencillo obtener una estimación krigada de éste, sobre todo, porque existen numerosos paquetes informáticos que llevan a cabo tal operación en un tiempo realmente corto. Y la ventaja de este procedimiento es crucial: la variabilidad del error de estimación que se comete es la mínima que se puede cometer mediante la utilización de estimadores lineales. Esta es una alternativa que este artículo propone al Ministerio de Vivienda a la hora de configurar los precios medios que ofrece.

Pero más importante aún, ¿por qué no estimar el precio de la vivienda en todos y cada uno de los puntos de dicha zona geográfica? Ello sería de mucha mayor utilidad para los agentes económicos que componen el mercado inmobiliario de nuestro país. Para llevar a cabo tal conjunto de estimaciones la geoestadística propone los procedimientos de krigado puntual, entre los que, en el caso de la estimación de precios de vivienda, destaca el *krigado puntual ordinario*<sup>3</sup>.

Con el krigado ordinario, en el caso que nos ocupa, se pretende la estimación del precio de la vivienda en una determinada localización haciendo uso de los precios de las viviendas ubicadas en las localizaciones vecinas. Así, dicho estimador tiene la forma:

$$Z(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i), \quad (9)$$

siendo  $s_0$  la localización concreta en la que se pretende la estimación y  $s_i, i=1, \dots, n$ , las localizaciones vecinas en las que se dispone de información sobre el precio de la vivienda.

3) En función de las hipótesis que se hagan sobre la supuesta función aleatoria generadora de la regionalización (información) disponible, surgen distintos tipos de krigado: simple, ordinario, universal, residual, etc. Los detalles sobre los mismos pueden verse en Wackernagel (2003).

Para obtener las ponderaciones óptimas,  $\lambda_i, i=1, \dots, n$ , se procede de forma similar al kriging de la media: se le exige al error de estimación que su esperanza sea nula y que su varianza sea mínima.

La varianza del error de estimación, sujeta a la condición de insesgadez, se puede expresar en términos semivariográficos como

$$v[Z'(s_0) - z(s_0)] = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(s_i - s_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(s_i - s_j) \quad (10)$$

siendo  $\gamma(s_i - s_j)$  y  $\gamma(s_j - s_0)$  valores semivariográficos que se calculan a partir del semivariograma que se utiliza para representar la dependencia espacial existente. Para minimizar dicha expresión se utilizará el método de los multiplicadores de Lagrange, para lo que es necesario construir la siguiente función de Lagrange:

$$\varphi(\lambda_i, \alpha) = \frac{1}{2} v[Z'(s_0) - z(s_0)] - \alpha \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right). \quad (11)$$

Derivando parcialmente respecto a  $\lambda_i$ ,  $\forall i=1, \dots, n$ , y respecto al multiplicador de Lagrange,  $\alpha$ , e igualando a cero dichas derivadas parciales, se obtiene un sistema de  $n+1$  ecuaciones e incógnitas conocido en la literatura geoestadística como sistema de ecuaciones de kriging ordinario:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(s_i - s_j) + \alpha = \gamma(s_i - s_0), \forall i=1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases} \quad (12)$$

La varianza (mínima) del error de estimación viene dada por la siguiente expresión:

$$v[Z'(s_0) - z(s_0)] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(s_i - s_0) + \alpha. \quad (13)$$

Como puede apreciarse, el procedimiento es sencillo, aunque laborioso. Sin embargo, como ya se había avanzado anteriormente, son numerosos los paquetes informáticos que permiten resolver el anterior sistema de ecuaciones para cientos de miles de localizaciones en unos pocos minutos. Por tanto, con muy poco esfuerzo, se estaría en disposición de estimar el precio de la vivienda en cualquier localización de una determinada zona geográfica, por extensa que ésta fuese.

Dos buenos ejemplos de lo anterior son los trabajos de Gámez *et al.* (2000) y Montero y Larraz (2006), que estiman los precios de los bienes urbanos en las ciudades de Albacete y Toledo respectivamente. Otro buen ejemplo en España es el de Chica *et al.* (2007), que estima el precio de la vivienda en la ciudad de Granada.

Finalmente, además del espacio puede resultar interesante considerar la información temporal disponible, es decir, las valoraciones realizadas en los trimestres precedentes, con el fin de mejorar las estimaciones. Así surge el denominado **krigeado espacio-temporal**. Mediante esta técnica se podría disponer tanto de la estimación del valor del precio medio de la vivienda en un determinado municipio (**krigeado de la media espacio-temporal**) como del precio de una vivienda en una localización y momento del tiempo cualesquiera (**krigeado puntual ordinario espacio-temporal**), utilizando para ello los valores de los precios de las viviendas de su entorno espacio-temporal.

En concreto, en el primer caso, para estimar el valor medio de la vivienda en un determinado municipio se utilizará el estimador lineal

$$\mu^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s, t)_i \quad (14)$$

construido a partir de las variables aleatorias  $Z(s, t)_i$ , correspondientes a los precios medios por metro cuadrado de las viviendas situadas en las  $n$  localizaciones  $(s, t)$ , muestrales.

Siguiendo el mismo proceso de optimización que en la tesitura estrictamente espacial, las ponderaciones  $\lambda_i, \forall i=1, \dots, n$  correspondientes al estimador de mínima varianza se obtienen de la resolución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j C(s_j - s_i; t_j - t_i) - \alpha = 0, \forall i=1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases} \quad (15)$$

donde  $c(s_j - s_i; t_j - t_i) = C(Z(s, t)_i; Z(s, t)_j)$  hace referencia a la función de covarianza espacio-temporal.

Así mismo, en el segundo caso, en el que se pretende la aplicación de las técnicas geoestadísticas espacio-temporales a la

estimación puntual del precio de la vivienda en una localización espacio-temporal concreta  $(s, t)_o$ , este trabajo propone la utilización del estimador de krigeado puntual ordinario espacio-temporal:

$$Z'(s, t)_o = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s, t)_i \quad (16)$$

obteniéndose las ponderaciones del estimador óptimo a partir de la resolución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(s_i - s_j; t_i - t_j) + \alpha = \gamma(s_i - s_o; t_i - t_o), \forall i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases} \quad (17)$$

siendo  $\gamma(s_i - s_j; t_i - t_j)$  el semivariograma que capta la estructura de dependencia espacio-temporal de los precios de vivienda en una determinada área.

En esta dirección están dirigidas las más recientes investigaciones de la geoestadística -véase, por ejemplo, Stein (2005) y Gething *et al.* (2008)- y cuya aplicación en este trabajo se sugieren al mercado inmobiliario.

## **4.- Alternativas a la estimación de precios de vivienda desde la perspectiva de la geoeconometría.**

Desde la perspectiva de la econometría espacial o, como se ha dado en denominar recientemente, geoeconometría, también son varias y muy atractivas las propuestas metodológicas de estimación del precio de la vivienda que tienen en cuenta la dependencia espacial existente en los precios de los bienes urbanos.

El modelo tradicionalmente utilizado para analizar la evaluación de dichos precios es el modelo hedónico de precios propuesto por Court (1939) y fundamentado teóricamente por Rosen (1974), que establece que el valor de mercado de una propiedad es función de las características estructurales de la misma



y de su localización. Entre las primeras, Basu y Thiboudeau (1998) destacan las siguientes: tamaño, antigüedad, tipo de vivienda, calefacción, ascensor, garaje, trastero, aire acondicionado, número de cuartos de baño, exterior, planta, orientación, piscina comunitaria, etc. En cuanto a la localización, será importante la distancia al centro, a colegios, guarderías, estaciones de metro y autobús, supermercados, niveles de contaminación de la zona, nivel socio-económico de los vecinos del inmueble, etc. Tradicionalmente, estos modelos intentan determinar las características constructivas y de localización que más influyen sobre el precio de la vivienda (Can, 1992; Dubin, 1992; Bover y Velilla, 2001) y cualquier estimación que provenga de ellos será mucho más realista que las que publica el Ministerio de Vivienda. Dicho lo anterior, en lo que sigue, se expone una taxonomía de esta tipología de modelos, comenzando por el más sencillo y concluyendo con los más novedosos.

### ***Modelo de regresión lineal simple (MRLS):***

El más sencillo de los modelos es el modelo de regresión lineal simple en el cual, el precio de la vivienda ( $Y$ ) viene determinado por una única variable explicativa ( $X$ ) de la siguiente forma:

$$Y = a + bX + U \quad (18)$$

donde,  $Y$  es la variable dependiente,  $X$  la explicativa,  $a$  el término independiente,  $b$  el parámetro de la variable explicativa y  $U$  la perturbación aleatoria o error.

Este tipo de modelos es muy sencillo y podría ser útil para aquellos casos en los que el precio de la vivienda viene determinado por una única característica espacial. Puede ser aplicado sin ningún problema en aquellas situaciones en las que se intenta valorar un grupo de bienes inmuebles con características muy similares y con un solo matiz diferente. Este sería el caso, por ejemplo, de la valoración de bienes inmuebles en la sierra de Madrid, donde todos los chalés de una determinada urbanización han sido construidos en la misma fecha, por el mismo promotor, con la misma calidad de material, etc., pero aún así, tienen una variable explicativa espacial que los diferencia: su orientación.

Pero la realidad es que son muy pocos los casos en los que una única variable, la orientación, recoge toda la influencia espacial del comportamiento del precio de la vivienda. Normalmente, existe más de un factor que explica la variable dependiente, y si no es tomada en cuenta el modelo no estará bien especificado, pues se está incurriendo en lo que se conoce como omisión de variables relevantes. En este caso habrá que especificar un nuevo modelo que contenga estas variables explicativas.

### **Modelo básico de regresión lineal (MBRL):**

El modelo básico de regresión lineal será la especificación correcta para determinar el precio de la vivienda cuando esté totalmente explicado por los valores de las variables explicativas que más influyen en el mismo, es decir, por condicionantes referidos a dicho lugar. El modelo básico de regresión lineal quedará especificado de la siguiente forma:

$$y = X\beta + u; \quad u \approx N(0, \sigma^2 I) \quad (19)$$

siendo  $y$  el vector ( $N \times 1$ ) de observaciones del precio de la vivienda,  $X$  una matriz ( $K \times N$ ) de  $K$  características que influyen en el precio de la vivienda,  $\beta$  un vector ( $K \times 1$ ) de parámetros de las variables exógenas y  $u$ , ruido blanco.

Este modelo sería el apropiado para estimar el precio de bienes inmuebles cuando éste estuviese perfectamente explicado por variables como: calidad de la construcción, altura del edificio, número de dormitorios, número de baños, tenencia o no de ascensor, tenencia o no de garaje, tipo de vecindario, zonas verdes, etc. Toda la influencia que estas variables ejercen sobre el precio de la vivienda se recoge mediante las componentes del vector  $\beta$ .

Los modelos que hasta ahora se han presentado, son aquellos que tradicionalmente se han utilizado en la valoración inmobiliaria. Pero estos modelos aún no son capaces de recoger un aspecto básico y determinante en el valor de bienes inmuebles: la *localización geográfica*. Bajo la suposición de que las viviendas tuviesen las mismas características, el valor de cada una viene determinado por la localización dentro de núcleos urbanos en los cuales están situadas. Las características que influyen sobre el precio de la vivienda se pueden clasificar en: macrolocalizativas, microlocalizativas y generales (Derycke, 1983).

Por un lado, los **factores de macro-localización** hacen referencia a aquellas *características del vecindario* en el cual se encuentra la vivienda. Cada barrio en una ciudad tiene sus propios factores que influyen en el precio de las viviendas, como la accesibilidad al centro o subcentros de la ciudad, red de transporte, densidad residencial, concentración comercial y residencial, servicios de los que disponga, el estatus social que haya adquirido, factores urbanísticos reglamentarios, etc.

Con el objetivo de incorporar factores de macro-localización, las coordenadas de longitud y latitud de cada unidad analizada serán introducidas en los modelos de regresión como variables explicativas. Esto podría hacerse usando sistemas GPS (*Global Positioning System*) o simplemente superponiendo una malla en el plano de una ciudad y asignando coordenadas a cada vivienda. Este tipo de modelos no cambia sustancialmente con respecto al MBRL y muestran la tendencia del proceso analizado. La principal característica de este tipo de modelos es que muestra el precio de los bienes inmuebles en base a la localización global del área analizada.

### **Modelo espacial de macro-localización de factores:**

El modelo espacial de macro-localización de factores se representa con una función polinomial de un determinado orden que puede ser expresada matricialmente de la siguiente forma,

$$y = A\theta + u; \quad u \approx N(0, \sigma^2 I) \quad (20)$$

donde **A** es la matriz ( $K \times N$ ) de localizaciones de **N** áreas y  **$\theta$**  el vector de parámetros.

Se basa en la idea de que el valor de una propiedad coincide con el valor de la zona donde se encuentre ubicada. Este modelo de regresión también se conoce como **Modelo de orden  $k$  de tendencia espacial**, siendo su primera aplicación atribuida a Student (1914).

Por otro lado, los **factores de micro-localización**, que dan lugar a los modelos siguientes, se refieren al efecto imitación que se produce en la valoración entre bienes con características comunes. Es decir, el precio de una determinada vivienda vendrá determinado por el precio de las viviendas cercanas a ésta. La presencia de dependencia espacial a pequeña escala en el precio de la vivienda

se debe fundamentalmente a las características microlocalizativas, y más concretamente a los *factores físicos*: la forma y el tamaño del solar, la naturaleza geológica del terreno y el atractivo de la localización; la *accesibilidad al local*, que toma en consideración la proximidad de servicios demandados por los ciudadanos como escuelas, comercios, servicios públicos, transporte urbano; y las *variables socioeconómicas del barrio y psicológicas*: status social, ingresos medios, tasa de criminalidad, raza, etc. Estas características microlocalizativas explicarían la diferencia entre el precio de una determinada vivienda y el precio medio de su barrio.

La introducción de factores de micro-localización en un modelo de regresión basado en técnicas espaciales econométricas requiere la utilización de la matriz de pesos espaciales, denotada por **W**. Esta matriz, también denominada "matriz de ponderaciones, distancias o contactos espaciales", representa la estructura espacial de la variable.

#### **Modelo espacial autorregresivo de primer orden (SAR(1)):**

El modelo de regresión espacial con perturbación aleatoria de orden 1, SAR(1)<sup>4</sup>, que constituye una de las especificaciones más sencillas de dependencia espacial, es adecuado para expresar situaciones en las que los valores que adopta el precio de la vivienda dependen de la situación geográfica de la misma. Este modelo podría ser especificado de la siguiente manera:

$$y = \rho W y + u; \quad u \sim N(0, \sigma^2 I) \quad (21)$$

donde **W** es la matriz ( $N \times N$ ) de pesos espaciales de la variable endógena, siendo **Wy** el retardo espacial de la variable endógena y  $\rho$  el coeficiente regresivo espacial (escalar), que recoge la intensidad de la interdependencia entre las observaciones muestrales.

Esta formulación describe una situación en la que los valores de una variable en un punto geográfico están condicionados por los valores que adopta dicha variable en otro u otros puntos geográficos. Es decir, si la variable dependiente es el precio de una vivienda, este modelo es el apropiado cuando el valor de una vivienda en la localización *i* depende del precio de la vivienda de la localización *j*. Pero la especificación del modelo SAR(1) expresa la

ausencia de aleatoriedad espacial de una manera muy básica. Este modelo sólo tendría en cuenta el precio de otros inmuebles espacialmente distribuidos, sin considerar ningún tipo de relación causal, en la que otras variables exógenas puedan ser explicativas del precio de la vivienda.

### **Modelo del retardo espacial (MRE):**

El modelo del retardo espacial (*Spatial lag model*) o *modelo mixto autorregresivo de regresión espacial* es un caso de dependencia espacial sustantiva en el que la variable endógena presenta autocorrelación espacial. Es un modelo útil en aquellos casos en los que tanto el MBRL como los modelos espaciales autorregresivos resultan insuficientes para explicar el fenómeno de dependencia espacial presente en el precio de la vivienda. El MRE incorpora la influencia de las variables explicativas omitidas a través de la variable dependiente espacialmente retardada de la siguiente manera:

$$y = \rho W y + X\beta + u; \quad u \sim N(0, \sigma^2 I) \quad (22)$$

La especificación del modelo del retardo espacial es apropiada en casos en los que el precio de la vivienda en un punto o región dependa no sólo del precio de las características de la misma, sino también del precio de la vivienda en otras localizaciones vecinas, de forma que valores altos/bajos del precio de la vivienda en un determinado lugar estarían incrementado la probabilidad de ocurrencia de valores altos/bajos de precios de vivienda en lugares vecinos.

### **Modelo del error espacial (MEE):**

Cuando el modelo de retardo espacial esté correctamente especificado, los residuos no deberían recoger ningún tipo de dependencia espacial. En caso de que esto ocurriese, lo más conveniente es la especificación del *modelo de regresión con dependencia espacial en la perturbación aleatoria* o modelo del error espacial (*Spatial error model*). En este modelo, el precio de la vivienda es explicado no sólo por las características que influyen directamente sobre ésta, sino por otras que se encuentran ausentes (dependencia espacial residual). Normalmente, la distribución de la perturbación aleatoria suele especificarse como

un proceso autorregresivo de orden 1 (AR(1)) de la siguiente manera:

$$y = X\beta + u; \quad u \approx \lambda Wu + \varepsilon; \quad \varepsilon \approx N(0, \sigma^2 I) \quad (23)$$

donde  $u$  es la perturbación aleatoria, distribuida según un proceso AR(1),  $Wu$  es el retardo espacial de la misma,  $\lambda$  un parámetro autorregresivo (escalar) asociado al retardo espacial  $Wu$  y  $\varepsilon$  un vector de perturbaciones aleatorias, ruido blanco.

### **Modelos Mixtos:**

A partir de los modelos citados es posible especificar otros que incluyan, por ejemplo, una o más variables exógenas espacialmente retardadas, o combinaciones de los modelos anteriores. Todos estos modelos pueden expresarse de forma más general en el llamado, según Florax y Former (1992) "*Modelo mixto regresivo de regresión espacial, con perturbaciones aleatorias autorregresivas y heteroscedásticas*", al que de forma general se hará referencia como *Modelo general de regresión espacial*, el cual se especifica de la siguiente manera:

$$y = \rho Wy + X\beta_1 + W_2 R \beta_2 + u; \quad u = \lambda W_3 u + \varepsilon; \quad \varepsilon \approx N(0, \Omega); \quad \Omega_{ii} = h_i(Z\alpha_i); \quad h_i > 0 \quad (24)$$

donde  $R$  es la matriz ( $K_2 \times M$ ) de  $K_2$  variables exógenas espacialmente retardadas, que pueden o no coincidir con las variables incluidas en  $X$ ,  $W_2$  la matriz de pesos espaciales correspondiente a las variables exógenas espacialmente retardadas, siendo  $W_2 R$  el retardo espacial de dichas exógenas, y  $u$  vector ( $N \times 1$ ) de perturbaciones aleatorias autorregresivas (de primer orden) y heteroscedásticas, siendo los elementos de la diagonal principal de la matriz de covarianzas ( $\Omega$ ) función de  $P+1$  variables exógenas de  $Z$ .

### **Modelos autorregresivos espacio temporales (STAR):**

Los últimos desarrollos en la línea de los modelos econométricos apuestan por incluir en su expresión el tiempo. Recientemente, Pace *et al.* (2000) han desarrollado una metodología basada en modelos autorregresivos espacio-temporales (STAR) que permiten capturar gran cantidad de efectos de carácter local, prudente y flexiblemente. Su expresión es la siguiente:

$$y = Z\theta + X\beta_1 + TX\beta_2 + SX\beta_3 + STX\beta_4 + TSX\beta_5 + \phi_T Ty + \phi_S Sy + \phi_{ST} STy + \phi_{TS} TSy + \varepsilon \quad (25)$$

donde  $Z$  denota la matriz de las observaciones sobre las variables independientes que no ejercen efectos espacio-temporales sobre los precios observados siendo  $\theta$  el vector asociado de coeficientes de regresión,  $X$  es la matriz de observaciones correspondientes a las variables independientes que ejercen algún efecto espacio-temporal siendo  $\beta_i$ ,  $i=1,\dots,5$ , los coeficientes de regresión correspondientes que determinan el tipo de efecto ejercido,  $S$  y  $T$  las matrices que especifican las relaciones espaciales y temporales respectivamente entre dichas transacciones,  $\phi_1, \phi_s, \phi_{st}, \phi_{ts} \in [-1,1]$  los coeficientes autorregresivos del modelo que determinan el efecto ejercido por los precios de transacciones previas a la observada, cercanas en el espacio y/o en el tiempo.

Esta especificación -utilizada por Beamonte *et al.* (2008) para estimar los precios de la vivienda en la ciudad de Zaragoza-, permite recoger la influencia que las características de la vivienda y su localización ejercen en su precio de transacción con los términos  $Z\theta$  y  $(X-TX)\beta_1$ ; la influencia de las tendencias temporales del mercado medidas a través de las características y del precio de las viviendas cuyas transacciones tuvieron lugar previamente en el tiempo con los términos  $TX\beta_2$  y  $\phi_1Ty$ , respectivamente; la influencia del entorno espacial de la vivienda medida mediante las características y los precios de las transacciones correspondientes a las viviendas más cercanas mediante  $S(X-TX)\beta_3$  y  $\phi_sSy$ , respectivamente; la influencia en el precio de las tendencias temporales que se desarrollan en el entorno espacial más cercano que sean función de las características y del precio de las viviendas vendidas en el mismo a través de  $STX\beta_4$  y  $\phi_{st}Ty$ , respectivamente; y la influencia de las características y de los precios de las transacciones llevadas a cabo en entornos espaciales de aquellas inmediatamente anteriores en el tiempo a la vivienda considerada con las expresiones  $TSX\beta_5$  y  $\phi_{ts}Ty$ , respectivamente.

## 5.- Conclusiones.

El presente trabajo se cuestiona, en un primer lugar, la utilidad de la información sobre precios de vivienda facilitada por las administraciones competentes en la materia y los medios de comunicación para el ciudadano particular. La idea que subyace es

si precios medios tan genéricos de todo un municipio, provincia o Comunidad Autónoma resultan en algún caso útiles para los agentes comerciales, autoridades con responsabilidad fiscal o ciudadanos particulares, por ejemplo. En segundo lugar, y en caso de que tales precios medios fueran necesarios, el trabajo muestra algunas de las carencias de las que adolece la información oficial sobre precios de vivienda que está al alcance de los ciudadanos españoles y propone varias alternativas. En concreto, la Estadística de Precios de Vivienda de España, elaborada por el Ministerio de Vivienda, no considera la localización geográfica específica de cada una de las viviendas objeto de tasación, lo que lleva a suponer cada uno de los precios como estadísticamente independientes. Lo cierto es que los precios de vivienda presentan cierto grado de correlación espacial (precios de viviendas cercanas serán más parecidos entre ellos que los de viviendas alejadas) y que mediante esta información disponible puede estimarse la estructura de dependencia espacial de los mismos. De esta forma, la información aportada por dicha estructura de correlación espacial mejorará las estimaciones de precios realizadas.

Por todo ello, en este trabajo se proponen dos enfoques alternativos procedentes de las denominadas geoestadística y geoeconometría y que incorporan el espacio geográfico como pieza fundamental. Así, una primera alternativa al cálculo de precios medios es la utilización del estimador de krigeado de la media, diseñado concretamente para el caso de presencia de correlación espacial entre los precios de vivienda.

Posteriormente, dado que lo realmente interesante sería poder conocer el precio de una vivienda con unas características determinadas y en una localización concreta, se propone la utilización de las técnicas de krigeado puntual, habiendo sido expuesto, en concreto, el denominado krigeado ordinario.

Así mismo y como novedad dentro del mercado inmobiliario, se propone el krigeado espacio-temporal por su condición de técnica capaz de recoger no sólo la dependencia espacial de los precios de los bienes urbanos sino también su correlación temporal. Esta técnica proporcionaría estimaciones más precisas tanto del precio medio en un área como del precio de una vivienda en una localización concreta.



Por último, se plantean diversas técnicas procedentes de la econometría espacial. El elenco de modelos econométricos que se presenta en este trabajo se considera idóneo para el problema de la estimación de precios de vivienda, tanto por su incorporación de la localización geográfica como por la inclusión de factores de macro y micro-localización. Comenzando por los más sencillos, el modelo de regresión lineal simple y el modelo básico de regresión lineal (modelos que tradicionalmente han sido utilizados en las valoraciones urbanas), pasando por los modelos de macro-localización de factores (modelo espacial de macro-localización de factores) y micro-localización de factores (modelo espacial autorregresivo de primer orden, modelo del retardo espacial y modelo del error espacial), hasta llegar al modelo econométrico espacio-temporal

## Bibliografía.

- AMSTRONG, M. (1998): *Basic Linear Geostatistics*, Springer-Verlag, Berlín.
- ANSELIN, L. (1988): *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- BASU, S. y THIBODEAU, T. G. (1998): "Analysis of Spatial Correlation in House Prices", *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17, págs. 61-85.
- BEAMONTE, M. A, GARGALLO, P. y FIGUERAS, M. (2008): "Evolución espacio-temporal del mercado inmobiliario en Zaragoza mediante el uso de efectos de vecindad", *Estadística Española*, 50 (167), págs. 5-24.
- BOVER, O. y VELILLA, P. (2001): "Precios hedónicos de la vivienda sin características: el caso de las promociones de viviendas nuevas", *Serie Estudios Económicos*, 73, *Servicios de Estudios*, Banco de España.
- CAN, A. (1992): "Specification and estimation of hedonic housing prices models", *Regional Science and Urban Economics*, 22, págs. 453-474.
- CANO, R. y CHICA, J. (2004): "Una metodología Geo-Econométrica para la valoración inmobiliaria", *Ciudad y Territorio*, Ministerio de Fomento, 139, págs. 135-153.
- CHASCO, C., (2003): "Econometría Espacial Aplicada a la Predicción-Extrapolación de datos Microterritoriales", Tesis Doctoral, Comunidad de Madrid, Consejería de Economía e Innovación Tecnológica.
- CHASCO, C. y LÓPEZ, F. (2008): "Is spatial dependence an instantaneous effect? Some evidence in economic series of Spanish provinces", *Estadística Española*, 50 (167), págs. 101-118.
- CHICA, J. y CANO, R., (2003): "Aproximación a la variabilidad espacial de las características del precio de la vivienda. Una aplicación", *Anales de economía aplicada*. . Asociación Científica Europea de Economía Aplicada. Congreso (17. 2003. Almería).
- CHICA, J., CANO, R. y CHICA, M. (2007): "Modelo hedónico espacio-temporal y análisis variográfico del precio de la vivienda", *GeoFocus*, 7, págs. 56-72.
- CHILES, J. P. y DELFINER, P., (1999): *Geostatistics: Modelling Spatial Uncertainty*, Wiley, Nueva York.
- CRESSIE, N. (1993): *Statistics for Spatial Data*. John Wiley & Sons, Nueva York.

- COURT, A. T. (1939): "Hedonic Price Indexes with Automobile Examples", *The Dynamics of Automobile Demand*, págs. 99-117, General Motors, Detroit.
- DUBIN, R. A. (1992): "Spatial autocorrelation and neighborhood quality", *Regional Science and Urban Economics*, 22, págs. 433-452.
- DERYCKE, P. H. (1983): *Economía y Planificación Urbana*, Instituto de Estudios de Administración Local, Madrid.
- FLORAX R. y FOLMER H., (1992). "Specification and Estimation of Spatial Linear Regression Models: Monte Carlo Evaluation of Pre-Test Estimators", *Regional Science and Urban Economics*, 22, págs. 405-432.
- GÁMEZ, M., MONTERO, J. M., y GARCÍA, N. (2000). "Kriging Methodology for Regional Economic Analysis: Estimating the housing price in Albacete", *International Advances in Economic Research*, 6 (3), págs. 438- 451.
- GETHING, P. W., NOOR, A. M., GIKANDI, P. W., HAY, S. I., NIXON, M. S., SNOW, R. W. y ATKINSON, P. M. (2008): "Developing Geostatistical Space-Time Models to Predict Outpatient Treatment Burdens from Incomplete National Data", *Geographical Analysis*, 40 (2), págs. 167-188.
- LARRAZ, B. (2004) "Técnicas de cokrigado para el análisis económico. Estimación de precios de bienes inmuebles en el casco histórico de la ciudad de Toledo", Tesis Doctoral, Universidad de Castilla-La Mancha.
- LÓPEZ, F. A. y BERNAL, J. J. (2006): "Analysis, Selection, Valuation, Control and Efficiency of Projects", Universidad Politécnica de Cartagena.
- MINISTERIO DE VIVIENDA (2005): *Estadística de Precios de Vivienda*, Madrid.
- UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID (2007): "Los precios oficiales", *Índice*, Revista de Estadística y Sociedad, 22.
- MARTÍNEZ, J. y MAZA, L. A. (2003): "Análisis del precio de la vivienda en España", Banco de España, Documento de Trabajo nº 0307.
- MONTERO, J. M. (2002): "Precios de vivienda libre en Castilla-La Mancha: una propuesta realista", *Economía y Empresas*, 8, págs. 2-3.
- MONTERO, J. M. (2004): "El precio medio del metro cuadrado de vivienda libre: Una aproximación metodológica desde la perspectiva de la Geoestadística", *Revista de Estudios de Economía Aplicada*, 22 (3), págs. 675-694.
- MONTERO, J. M., LARRAZ, B. (2006): "Estimación espacial del precio de la vivienda mediante métodos de Krigeado", *Estadística Española*. 48 (162), págs. 201-240.
- MONTERO, J. M., LARRAZ, B. (2008): *Introducción a la Geoestadística Lineal*, Serie Metodología y Análisis de Datos en Ciencias Sociales, España, Netbiblo.
- PACE, R. K., BARRY, R., GILLEY, O. W. y SIRMANS, C. F. (2000): "A method for spatial-temporal forecasting with an application to real estate prices", *International Journal of Forecasting*, 16, págs. 229-246.
- ROSEN, S. M. (1974): "Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition", *Journal of Political Economy*, enero, págs. 34-55.
- STEIN, M. L. (2005): "Space-time covariance functions", *Journal of the American Statistical Association*, 100, págs. 310-321.
- STUDENT (1914): "The elimination of spurious correlation due to position in time or space", *Biometrika*, 10, págs. 179-180.
- TOBLER, W. (1979): "Cellular Geography", en GALE, S. y OLSON, G. (Eds.): *Philosophy in Geography*, D. Reidel, Dordrecht , págs. 389-386.
- WACKERNAGEL, H. (2003): *Multivariate Geostatistics. An Introduction with Applications*, 3ª Ed., Springer-Verlag, Berlín.